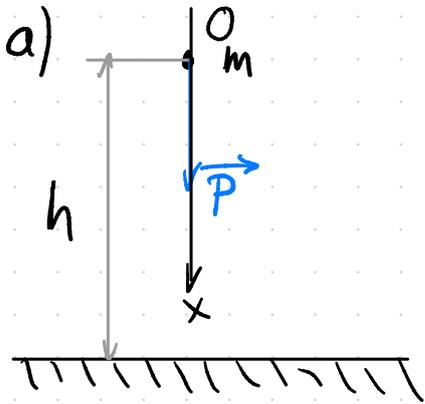


On laisse tomber un objet d'une hauteur  $h = 1\,000\text{ m}$ .

a) Quelle est la durée de la chute ?

b) Quelle est la vitesse au point d'impact au sol ?

On néglige la résistance de l'air, pas de frottement.



On a:  $v_0 = 0$  ;  $h_0 = 0$  ;  $h = 1\,000\text{ m}$

$$\text{Alors: } h(t) = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

(sans unités)

$$\Leftrightarrow h(t) = \frac{1}{2} \cdot 9,81 \cdot t^2 = 1000$$

$$\Leftrightarrow t = \sqrt{\frac{1\,000 \cdot 2}{9,81}} \text{ s}$$
$$= 14,28\text{ s}$$

b) Formule:  $h(t) = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$

Dérivée:  $h'(t) = \frac{dh}{dt} = g \cdot t$

pour:  $t = 14,28\text{ s}$

$$v(t = 14,28\text{ s}) = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 14,28\text{ s}$$

$$= 140,07 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

On lance un objet vers le bas avec une vitesse initiale verticale de  $3\text{ m s}^{-1}$  d'une hauteur de  $300\text{ m}$ .

a) Quelle est la durée de la chute ?

b) Quelle est la vitesse au point d'impact avec le sol ?

$g = 9,81\text{ m s}^{-2}$

a) On a:  $v_0 = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  ;  $h_0 = 0$  ;  $h = 300\text{ m}$

Formule:  $h(t) = \frac{1}{2} g t^2 + v_0 \cdot t$

$$= \frac{1}{2} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t^2 + 3 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot t \text{ et } h = 300 \text{ m}$$

$$\Leftrightarrow \left( \frac{1}{2} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) \cdot t^2 + 3 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot t - 300 \text{ m} = 0$$

$$\Rightarrow t_1 = 7,52 \text{ s} \quad \text{ou} \quad t_2 = -8,13 \text{ s}$$

↳ à écarter

Donc:  $t = 7,52 \text{ s}$

b)  $h(t) = \frac{1}{2} \cdot g t^2$

$$\dot{h}(t) = \frac{dh}{dt} = g \cdot t$$

Donc:  $\dot{h}(t = 7,52) = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 7,52 \text{ s}$

$$= 73,77 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

3) On lance un objet vers le haut avec une vitesse initiale vertical de  $3 \text{ ms}^{-1}$ , d'une hauteur de 300m.

a) à quelle hauteur monte-t-il ?

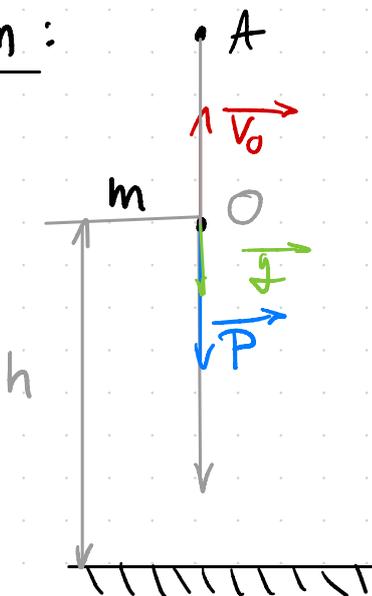
b) au bout de combien de temps repasse-t-il à sa position initiale ?

c) avec quelle vitesse repasse-t-il à sa position initiale ?

d) au bout de combien de temps atteint-il le sol ?

e) Quelle est la vitesse de l'objet en arrivant au sol ?

Dessin:



On a:

hauteur:  $h = 300 \text{ m}$

vitesse initiale:  $v_0 = -3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

hauteur initiale:  $h_0 = 0 \text{ m}$

a) L'objet monte jusqu'à un point A où la vitesse s'annule. ( $v_f = 0$ )

Formule de Torricelli:

$$v_f^2 - v_0^2 = 2g(h_f - h_0)$$

$$\Leftrightarrow 0^2 - v_0^2 = 2g(h_f - 0)$$

$$\begin{aligned}\Leftrightarrow h_f &= -\frac{v_0^2}{2g} \\ &= -\frac{\left(3 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \\ &= -0,459 \text{ m}\end{aligned}$$

Donc, l'objet s'élève 0,459 m au dessus du point O.

b) Formule:  $z(t) = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 + v_0 \cdot t + z_0$

conditions initiales:  $v_0 = -3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$$z_0 = 0 \text{ m}$$

$$a > 0 \text{ et } a = g$$

donc  $z(t) = \frac{1}{2} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} t^2 - 3 \frac{\text{m}}{\text{s}} t$  et  $z = 0$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t - 3 \frac{\text{m}}{\text{s}} t = 0$$

$$\Leftrightarrow t \left( \frac{1}{2} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} t - 3 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow t_1 = \frac{3 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{\frac{1}{2} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \quad \text{ou} \quad t_2 = 0$$

↳ à écarter

$$= 0,612 \text{ s}$$

Vitesse au point A:  $v_A = \frac{dz}{dt} = gt + v_0 = 0$

$$\Leftrightarrow gt + v_0 = 0$$

$$\Leftrightarrow t = -\frac{v_0}{g}$$

$$= -\frac{-3 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \left( = \frac{t_1}{2} \right)$$

$$= 0,306 \text{ s}$$

c) Temps de la trajectoire montée-descente:

$$t_2 = 0,612 \text{ s}$$

Donc :  $v = gt + v_0$

$$= 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,612 - 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$= 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

d) Depuis le niveau de référence la distance parcourue est de 300m, l'instant de l'impact est donc solution de l'équation du second ordre :

$$z(t) = 300 \text{ m} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 + v_0 \cdot t = 300 \text{ m}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot g t^2 + v_0 \cdot t - 300 \text{ m} = 0$$

$$\Leftrightarrow \left( \frac{1}{2} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) \cdot t - 3 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot t - 300 \text{ m} = 0$$

$$\Leftrightarrow t_1 = 8,132 \text{ s} \text{ ou } t_2 = -7,521 \text{ s}$$

↳ à écarter

$t_1 = 8,132 \text{ s}$  : durée totale de la chute (montée-descente)

e) Temps de la trajectoire montée - descente - impact au sol :

$$t_2 = 8,132 \text{ s}$$

Vitesse :  $v = g \cdot t + v_0$

$$= 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 8,132 \text{ s} - 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$= 76,77 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$